1. Lineare Funktionen

Eine Funktion mit der Gleichung **f(x) = mx + t** nennt man affine oder **lineare Funktion**.
Ihre Graphen sind Geraden.

t heißt **y-Achsenabschnitt**

$\mathbf{m} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ ist die **Steigung**.

m > 0 : Ansteigende Gerade

m = 0: Waagrechte Gerade

m < 0 : Abfallende Gerade

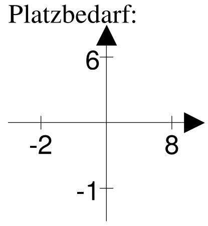
| m| = 1 : Schnittwinkel mit x-Achse: 45°

y = mx + t : nennt man <u>explizite Form</u>
ax + by + c = 0 : nennt man <u>implizite Form</u>

- f(x) > 0 gilt für alle x-Werte, für die der Graph **oberhalb** der x-Achse verläuft.
- f(x) > g(x) gilt für alle x-Werte, für die der Graph **unterhalb** der x-Achse verläuft .

<u>Aufgabe 1</u>
a) $f_1(x) = 2x - 1$ b) $f_2(x) = -x + 3$ c) $f_3(x) = 4$ d) $f_4(x) = \frac{1}{3}x - 2$ e) $f_5(x) = -\frac{2}{3}x + 6$
Zeichnen Sie die Graphen.
Bestimmen Sie die Koordinaten der Achsenschnittpunkte sowie die Lösungsmenge von f(x) > 0.
Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Ungleichungen:
$f_1(x) < f_3(x)$; $f_5(x) > f_3(x)$; $f_2(x) \leq f_4(x)$; $f_5(x) \geq f_4(x)$.
Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse anhand der Graphen.

Platzbedarf:



<u>Aufgabe 2</u>
Bestimmen Sie die explizite Form der Geradengleichung für :
a) 3x + 4y = 5 und 14x – 7y = 21; Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes.
b) der Graph verläuft durch die Punkte A(1 | 2) und B(–3| 4).
c) der Graph hat eine Steigung von ½ und verläuft durch den Punkt P(3|–1).
d) der Graph verläuft durch den Punkt P(3 | 4) und parallel zur Winkelhalbierenden des 1. Quadr. .
e) der Graph verläuft parallel zur Geraden mit x + 3y = 5 und durch den Punkt P(2| –4).

Geradenbüschel
Durch $f_m(x) = mx$, $m \in \mathbb{R}$, ist ein Geradenbüschel durch den Ursprung festgelegt.
Ein Büschel durch den Punkt $B(x_B \mid y_B)$ erhält man analog zur Scheitelform einer Parabel durch Verschiebung um x_B nach rechts und um y_B nach oben:

$$\boxed{f_m(x) = m \cdot (x - x_B) + y_B}$$

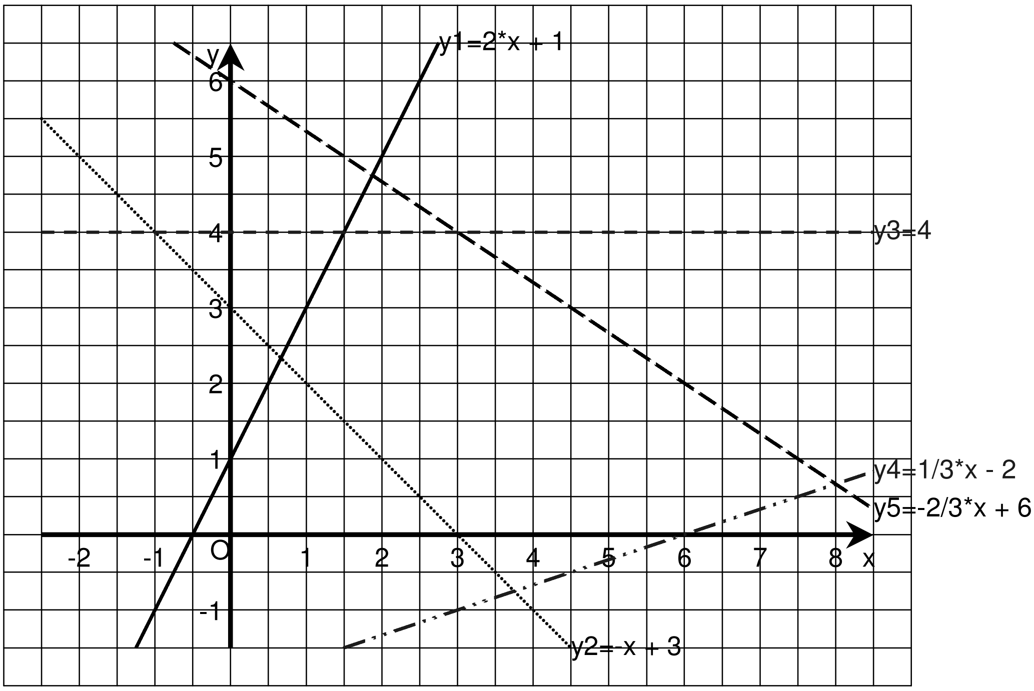
Die Gleichung eines Büschels durch den Punkt B(2 | 3) lautet also:
$f_m(x) = m \cdot (x - 2) + 3$
Überzeugen Sie sich davon, indem Sie einige Graphen für verschiedene Werte von m zeichnen.

<u>Aufgabe 3</u>
Stellen Sie die Gleichungen der Büschel durch die Punkte A(0 | 3), B(–4 | 5) und C(4 | 0) auf.
Überprüfen Sie die Gleichungen mit Hilfe einiger Graphen.

Lösungen:

<u>Aufgabe 1</u>

a) $f_1(x) = 2x - 1$ b) $f_2(x) = -x + 3$ c) $f_3(x) = 4$ d) $f_4(x) = \frac{1}{3}x - 2$ e) $f_5(x) = -\frac{2}{3}x + 6$



Aufgabe 2

a) $3x + 4y = 5 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$
$14x - 7y = 21 \Leftrightarrow y = 2x - 3$
$\Big\} -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4} = 2x - 3 \ \ldots$

Alternativ:

$3x + 4y = 5 \quad | \cdot 7 \Leftrightarrow 21x + 28y = 35$

$14x - 7y = 21 \quad | \cdot 4 \Leftrightarrow +(56x - 28y = 84)$

$77x = 119 \Leftrightarrow x = \frac{17}{11}$ in I

$3 \cdot \frac{17}{11} + 4y = 5 \Leftrightarrow y = \frac{1}{11} \Rightarrow S\left(\frac{17}{11} \middle| \frac{1}{11}\right)$

b) $A(\overset{x}{1}|\overset{y}{2})$; $B(\overset{x}{-3}|\overset{y}{4})$; $m = \frac{2-4}{1-(-3)} = -\frac{1}{2}$

$t = y - mx = 2 - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 1 = \frac{5}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

c) $m = \frac{1}{2}$; $t = -1 - \frac{1}{2} \cdot 3 = -\frac{5}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

d) Steigung der Winkelhalbierenden d. 1. Quadranten: 1

$m = 1$; $t = 4 - 1 \cdot 3 = 1 \Rightarrow f(x) = x + 1$

e) $x + 3y = 5 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

$m = -\frac{1}{3}$ $\quad t = -4 - \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 2 = -\frac{10}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$

Merke: Paralelle Geraden haben die selbe Steigung

Aufgabe 3

A: $f_m(x) = m(x - 0) + 3 = mx + 3$

B: $f_m(x) = m(x - (-4)) + 5 = mx + 4m + 5$

C: $f_m(x) = m(x - 4) + 0 = mx - 4m$